

**Übungen zur Vorlesung „Einführung in die Stochastik“
Blatt 9* (Abgabe 04.Dezember 2006)**

Aufgabe 40. **

Die Anzahl der Einheiten eines Telefongesprächs wird als geometrisch- (p) -verteilt (mit $p = 0,2$) angenommen. Zwei Tarifmodelle stehen zur Auswahl. Im ersten kostet jede Einheit 6 ct. Im zweiten kosten die ersten 3 Einheiten je 7 ct und jede weitere Einheit 5 ct.

(a) Bestimmen Sie die Verteilungen der Zufallsvariablen „Kosten eines Telefongesprächs im ersten Tarifmodell“ und „Kosten eines Telefongesprächs im zweiten Tarifmodell“.

(b) Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „Kosten eines Gesprächs betragen mindestens 30 ct“.

(c) Berechnen Sie die erwarteten Kosten eines Telefongesprächs für beide Tarifmodelle.

Aufgabe 41.

Für welchen Wert a ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 2 \\ a \cdot x^{-4} & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

Dichtefunktion einer Zufallsgröße X ? Ermitteln Sie den Erwartungswert von X , die Verteilungsfunktion und skizzieren Sie den dazugehörigen Graphen.

Aufgabe 42.

Die Lebensdauer X (in Monaten) eines Bauelements bestimmter Art besitzt die Verteilungsfunktion

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 - \exp(-0.2t) & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass solch ein Bauelement länger als 5 Monate funktionstüchtig ist?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein solches Bauelement mindestens 5 Monate und höchstens 10 Monate funktionstüchtig ist?
- (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 4 solchen unabhängig voneinander arbeitenden Bauelementen
- (i) genau zwei,
 - (ii) wenigstens zwei
- länger als 5 Monate funktionstüchtig sind?
- (d) Bestimmen Sie den Erwartungswert der Lebensdauer X .
- (e) Bestimmen Sie die Zeitdauer t so, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0.1$ kein Ausfall in $[0, t]$ erfolgt.

* Im Internet verfügbar unter http://fma2.math.uni-magdeburg.de/~leneke/einfstoch_ws06.htm

** für WP, LB

Aufgabe 43. **

Die Nutzungsdauer X (in Tagen) nach dem Verfallsdatum von Batterien einer bestimmten Sorte kann durch die Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 100 \\ \frac{3 \cdot 10^6}{x^4} & \text{für } x > 100 \end{cases}$$

charakterisiert werden.

(a) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion $F_X(t)$.

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann solch eine Batterie länger als 200 Tage genutzt werden?

Aufgabe 44. **

Ermitteln Sie für die Zufallsgrößen in den Aufgaben 34, 36 und 43 jeweils den Erwartungswert.

Zusatzaufgabe (aus Übung vom 23.11.06)

Ein Unternehmen sucht sprachlich gewandte Mitarbeiter mit Grundkenntnissen in der Mathematik. Die Bewerber müssen sich einer Prüfung in Deutsch und Mathematik unterziehen. Wer beide Prüfungen besteht, wird angenommen. Wer in Deutsch nicht besteht, wird abgelehnt. Alle anderen dürfen sich beim nächsten Einstellungstermin wieder bewerben.

64 % der Bewerber versagen in Mathematik,

24 % bestehen in Mathematik und werden abgewiesen,

60 % von denen, die in Deutsch bestehen, sind in Mathematik erfolgreich.

- Ein beliebig herausgegriffener Bewerber hat in Mathematik bestanden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird er dennoch abgewiesen?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Bewerber sofort angenommen?
- Ein Bewerber hat in Deutsch versagt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er in der Prüfung total versagt hat?
- Ein Bewerber hat in Mathematik versagt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit darf er den nächsten Einstellungstermin wahrnehmen?

* Im Internet verfügbar unter http://fma2.math.uni-magdeburg.de/~leneke/einfstoch_ws06.htm

** für WP, LB