Mathematik für wirtschaftswissenschaftliche Studiengänge
Bonusaufgaben Serie 10 - Lösungen

Aufgabe 1

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0&5&1\\9&1&3\\2&3&0\end{pmatrix};$$

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=\begin{pmatrix}12&3&-2\\-13&18&20\\12&8&-6\end{pmatrix};\quad \mathbf{B}\cdot\mathbf{C}=\begin{pmatrix}6&-11\\20&9\\8&-20\end{pmatrix};\quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{C}=\begin{pmatrix}38&27\\48&-104\\18&34\end{pmatrix};$$

$$\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}=\begin{pmatrix}21&0&2\\9&10&-2\\25&-2&-7\end{pmatrix};\quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{C}=\begin{pmatrix}-1&3\\31&-1\\0&21\end{pmatrix};\quad \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}=\begin{pmatrix}94&36\\26&14\\65&73\end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

1. $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\lambda&1&1&1\\1&\lambda&1&1\\1&1&\lambda&1\\1&1&1&\lambda\end{pmatrix};\quad \mathbf{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix};\quad \mathbf{b}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$

2. $x_1=x_2=x_3=x_4=\frac{1}{3}$; $Rang(\mathbf{A})=Rang(\mathbf{A}|\mathbf{b})=4=n$. Das Gleichungssystem hat genau eine Lösung.
   Die Spaltenvektoren von $\mathbf{A}$ sind linear unabhängig; $\mathbf{A}^{-1}$ existiert.

3. $x_1=1-x_2-x_3-x_4$ mit $x_2\in\mathbb{R}, x_3\in\mathbb{R}, x_4\in\mathbb{R}$; $Rang(\mathbf{A})=Rang(\mathbf{A}|\mathbf{b})=1$
   Der Rang von $\mathbf{A}$ ist gleich 1, die inverse Matrix existiert nicht.

4. Das System besitzt keine Lösung. $Rang(\mathbf{A})=3$; $\quad Rang(\mathbf{A}|\mathbf{b})=4$

5. Das System ist lösbar für $\lambda\neq-3$. Für $\lambda=1$ hat das Gleichungssystem drei Freiheitsgrade, d.h. unendlich viele Lösungen. Für $\lambda\neq 1$ und $\lambda\neq-3$ gibt es genau eine Lösung.