Mathematik für wirtschaftswissenschaftliche Studiengänge
Übungsaufgaben Serie 10

Aufgabe 1

Sind die Vektoren $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ linear unabhängig? Geben

Sie, wenn möglich, den Vektor $\mathbf{c}$ als Linearkombination der Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ an.

Aufgabe 2

Bilden die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ eine Basis des Vektorraumes $\mathbb{R}^4$?

Aufgabe 3

Stellen Sie den durch die Vektoren $\mathbf{a}^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{a}^{(2)} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ erzeugten Unterraum des $\mathbb{R}^2$ graphisch dar. Welche Dimension hat der Unterraum? Bildet das Erzeugendensystem eine Basis?

Aufgabe 4

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 3 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -2 & 7 & 4 & 1 \\ 13 & 1 & 6 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & -4 & -8 & -6 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & \cdots & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & \cdots & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & \cdots & 3 & 3 \\ \multicolumn{6}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots} \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5

Berechnen Sie $x \in \mathbb{R}$ aus den folgenden Gleichungen:

a) $det \begin{pmatrix} -1 & x & x \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} = 39$; b) $det \begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 3 & x & -1 \\ 4 & x & -2 \end{pmatrix} = 3$

Aufgabe 6

Berechnen Sie zu den folgenden Matrizen die Inverse, falls sie existiert:

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 5 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; d) $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}$;