Mathematik für wirtschaftswissenschaftliche Studiengänge
Übungsaufgaben Serie 11

Aufgabe 1

Sind die folgenden Funktionen in den Punkten $x_1^* = 0$ und $x_1^* = 2$ jeweils stetig und differenzierbar? Ermitteln Sie, wenn möglich, $f'(x_1^*)$ und $f'(x_2^*)$.

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = |2x-4|+3x$ c) $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{für } x < 0 \\ 4x-4 & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ x^2 & \text{für } 2 \leq x \end{cases}$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $y = 2x^3 - 5x - 3\sin x + \sin\frac{\pi}{8}$ b) $y = x^5 e^{-x}$

c) $y = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x^2+1}}$ d) $y = (2x^3 - 3x + \ln x)^4$

e) $y = \cos(x^3 + 3x^2 - 8)^4$ f) $y = \cos^4(x^3 + 3x^2 - 8)$

g) $y = \sqrt{\sin(e^x)}$ h) $y = \ln(\sqrt{\cos(x^2) + 1})$

Aufgabe 3

Berechnen und vereinfachen Sie gegebenenfalls die Ableitungen folgender Funktionen:

a) $f(x) = (\tan x - 1)\cos x$ b) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ c) $f(x) = (1 + \sqrt[3]{x})^2$

Aufgabe 4

Berechnen Sie $f'(x)$ durch logarithmische Differenziation:

a) $f(x) = (\tan x)^x \quad (0 < x < \frac{\pi}{2})$ b) $f(x) = \sin x^{x-1} \quad (x > 1)$

c) $f(x) = \dfrac{(x+2)\sqrt{x-1}}{x^3(x-2)^2}$

Aufgabe 5

Sei $f : [0, \pi] \to [-1, 1]; f(x) = \cos x$. Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1}.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie die dritte Ableitung der Funktionen:

a) $f(x) = x^3 \sin x$ b) $f(x) = \ln(x^2)$

c) $f(x) = (x+1)\sqrt{x+2}$ d) $f(x) = (x+1)e^x$

Aufgabe 7

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de L'Hospital:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x}$ b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^{2(x-1)} - x^2}{(x^2-1)^2}$ c) $\lim\limits_{x\to\infty} (x^2)^{\frac{1}{x}}$ d) $\lim\limits_{x\searrow 0} x^x$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x\sin x} - \dfrac{1}{x^2}\right)$ f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x^2} \ln \dfrac{\sin x}{x}$