

Mathematik für wirtschaftswissenschaftliche Studiengänge
Übungsaufgaben Serie 12

Aufgabe 1

Gegeben sei $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Ermitteln Sie kleinste Intervalle $[a, b]$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$, die jeweils eine Nullstelle von $f(x)$ enthalten. Berechnen Sie eine der Nullstellen näherungsweise mit dem Newtonverfahren. Die Rechnung ist abzubrechen, wenn $|f(x_n)| < 10^{-6}$ gilt.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen alle lokalen und globalen Extrema auf $D \cap [-5, 5]$, wobei D der jeweilige größtmögliche Definitionsbereich ist.

a) $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - 5$ b) $f(x) = 4 - |x - 4|$

c) $y = \frac{x^2}{x-2}$ d) $y = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie a und b so, dass die Funktion f mit $f(x) = a \ln x + bx^2 + x$ an den Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$ Extremwerte besitzt. Welcher Art sind die Extrema?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen f : größtmöglichen Definitionsbereich, Nullstellen, Polstellen, Sprünge oder Lücken, Extrema, Monotonieverhalten, Konvexitätsverhalten, Wendepunkte und Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$. Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen.

a) $f(x) = 3x^4 - 4x^2 + 1$ b) $f(x) = \frac{3x^2 - 4x}{-2x^2 + x}$ c) $y = \frac{x^4 + x^3}{x^3 - 2x^2 + x}$
d) $y = e^{-\frac{(x-1)^2}{2}}$ e) $y = \ln \frac{x-2}{x^2}$ f) $y = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}$

Aufgabe 4

Die Kostenfunktion $K(x) = \sqrt{50x^2 + 3750}$ beschreibe für $x > 0$ den Zusammenhang zwischen der Fertigungsmenge x und den Gesamtkosten $K(x)$.

1. Ermitteln Sie die Wachstumsrate $\rho_K(x)$ und untersuchen Sie diese auf relative Extrema und Wendepunkte.
2. Bestimmen Sie die Kostenelastizität $\varepsilon_K(x)$. Für welche x ist $K(x)$ elastisch bzw. unelastisch?

Aufgabe 5

Es sei eine Preis-Nachfrage-Beziehung durch $x(p) = 1000e^{-2(p-1)^2}$ mit $x > 0$ und

$p > 0$ gegeben. Berechnen Sie die Elastizität $\varepsilon_x(p)$. Für welche p ist die Nachfrage elastisch und für welche unelastisch?