

**Mathematik für wirtschaftswissenschaftliche Studiengänge**  
**Übungsaufgaben Serie 4**

**Aufgabe 1**

Gegeben seien die Funktionen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  und  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = e^x$  und  $g(x) = -x$ .

1. Untersuchen Sie, welche der Funktionen  $f$  und  $g$  surjektiv, injektiv oder bijektiv sind. Skizzieren Sie  $f$  und  $g$ .
2. Geben Sie die inversen Funktionen  $f^{-1}$  und  $g^{-1}$  und deren Graphen an, falls diese existieren.
3. Ermitteln Sie  $f \circ g$  und  $g \circ f$  und skizzieren Sie die verketteten Funktionen.

**Aufgabe 2**

Die Funktionen  $f$  und  $g$  seien durch  $f(x) = 2x + 1$  und  $g(x) = x^2 - 2$  definiert. Ermitteln Sie  $g \circ f$  und  $f \circ g$  und skizzieren Sie die erhaltenen Funktionen.

**Aufgabe 3**

Man gebe für die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ,  $x \in [a, \infty)$  den kleinsten Wert von  $a$  derart an, dass die damit entstehende Funktion bijektiv ist. Man gebe den Wertebereich an und ermittle  $f^{-1}$ .

**Aufgabe 4**

Geben Sie zu den folgenden reellen Funktionen den größtmöglichen Definitionsbereich und den zugehörigen Wertebereich an:

a)  $f(x) = \ln x^4$     b)  $f(x) = 3 \ln x^3$     c)  $f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & : -2 \leq x < 0 \\ x^2 - 1 & : 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$

d)  $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$     e)  $f(x) = 2 + e^{-x}$     f)  $f(x) = \sqrt{|x| - x}$

Untersuchen Sie die Funktionen auf Monotonie und Beschränktheit und skizzieren Sie die Graphen der Funktionen.

**Aufgabe 5**

Bestimmen sie den größtmöglichen Definitionsbereich und den zugehörigen Wertebereich der folgenden reellen Funktionen und ermitteln Sie die Umkehrfunktionen, falls diese existieren.

a)  $f(x) = (x - 3)^5$     b)  $f(x) = \frac{x - a}{x + a}$

**Aufgabe 6**

Welche der folgenden Funktionen sind gerade oder ungerade?

a)  $f(x) = x(e^x + e^{-x})$     b)  $f(x) = |x| + x^2$     c)  $f(x) = x^5 + 7x$     d)  $f(x) = (x + 2)^2$