Mathematik II für Informatiker, Computervisualisten, Wirtschaftsinformatiker und Ingenieurinformatiker SS 2009 **Übung 13**

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Prof. Dr. Alexander Pott, Dr. Michael Höding

Aufgabe 13.1 *Ermitteln Sie den Definitionsbereich D folgender Funktion $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$:*

(a) $f(x, y) = \frac{xy}{y-x}$

(b) $f(x, y) = x + \sqrt{x^2 - y^2}$

(c) $f(x, y) = \frac{x}{y}$

Aufgabe 13.2 *Zeigen Sie die Konvergenz der Folge $\{\mathbf{a}_k\}$ im $\mathbb{R}^3$, wobei*

$$\mathbf{a}_k = \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

mit $x_k = (\frac{k}{k+2})^k$, $y_k = (k - \sqrt{k^2 - 1})^k$ und $z_k = k \sin \frac{1}{k}$ gelte.

Aufgabe 13.3 *Bestimmen Sie die ersten partiellen Ableitungen von*

(a) $f(x, y) = x^y + y^x$

(b) $f(x, y) = \ln(\sqrt{x}\sqrt{y})$

(c) $u(x, t) = \frac{2x-t}{x+2t}$

(d) $c(a, b, \alpha) = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$.

Aufgabe 13.4 *Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit*

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}.$$

Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Gleichung:

$$\left(\frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_3}\right)^2 = 1.$$

Aufgabe 13.5 *Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung und die Jacobi-Matrix für*

(a) $f(x, y) = \sin(x \cdot \sin y)$,

(b) $f(x, y, z) = x^{y+z}$.

Aufgabe 13.6 *Gegeben seien die Funktionen* $f_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ *mit* $f_1(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ *und* $f_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *mit* $f_2(x, y) = \ln(e^x + e^y)$.

(a) *Bestimmen Sie den Gradienten von* f_1 *an der Stelle* $(1, 1, 1)$.

(b) *Bestimmen Sie die Richtungsableitung von* f_2 *in Richtung der Winkelhalbierenden des 1. Quadranten.*

Bitte votieren Sie die Aufgabe 13.6 und zwei weitere Aufgaben.